勘误表

第 5 次印刷

- 第 50 页命题 1.4.4 第 4 条：$A=\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & a_{m1} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}$，记 $-A=\begin{bmatrix} -a_{11} & -a_{12} & \cdots & -a_{1n} \\ -a_{21} & -a_{22} & \cdots & -a_{1n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ -a_{m1} & -a_{m1} & \cdots & -a_{mn} \end{bmatrix}$

  $\to$ $A=\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}$，记 $-A=\begin{bmatrix} -a_{11} & -a_{12} & \cdots & -a_{1n} \\ -a_{21} & -a_{22} & \cdots & -a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ -a_{m1} & -a_{m2} & \cdots & -a_{mn} \end{bmatrix}$
- 第 142 页命题 3.2.6 第 1 行：$\|\boldsymbol{x}\|=\|\boldsymbol{y}\|$ $\to$ $\boldsymbol{x}\neq\boldsymbol{y},\|\boldsymbol{x}\|=\|\boldsymbol{y}\|$
- 第 148 页练习 3.2.14 第 2 行：右乘 $\to$ 乘
- 第 148 页练习 3.2.14 第 5 行：A 左乘哪个正交矩阵 $\to$ 哪个正交矩阵乘 A
- 第 154 页第 10 行段尾添加：另外，$\mathcal{M}=\{\mathbf{0}\}$ 时，$P_{\mathcal{M}}=O$.
- 第 154 页命题 3.3.14 证第 1 行：假设 P $\to$ 不妨设 $P\neq O$
- 第 163 页第 4 行：$\Leftarrow$ $\to$ $\Rightarrow$
- 第 166 页命题 4.2.3 证第 3 行：列线性 $\to$ 列多线性
- 第 166 页命题 4.2.4 证第 3 行：列线性 $\to$ 列多线性
- 第 166 页命题 4.2.4 证第 4 行：列线性 $\to$ 列多线性
- 第 168 页命题 4.2.7：行线性 $\to$ 行多线性
- 第 168 页第 2 行：行线性 $\to$ 行多线性
- 第 168 页命题 4.2.8：行线性 $\to$ 行多线性
- 第 168 页例 4.2.9 第 2 行：列线性 $\to$ 列多线性
- 第 174 页练习 4.2.14 第 1 行：条条 $\to$ 条
- 第 176 页例 4.3.1 第 1 行：列线性 $\to$ 列多线性
- 第 177 页第 3 行：列线性 $\to$ 列多线性
- 第 177 页定理 4.3.3 证第 2 行：行线性 $\to$ 行多线性

- 第 177 页定理 4.3.3 证第 4 行：行线性 $\rightarrow$ 行多线性
- 第 182 页命题 4.3.12 证第 2 行：列线性 $\rightarrow$ 列多线性
- 第 190 页倒数第 2 行：如例中 $\rightarrow$ 如例 5.1.2 中
- 第 192 页命题 5.2.3 下第 2 行：

$$\begin{vmatrix} \lambda-a_{11} & -a_{12} & \cdots & -a_{1n} \\ -a_{21} & \lambda-a_{22} & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & -a_{n-1,n} \\ -a_{n1} & -a_{n2} & \cdots & \lambda-a_{nn} \end{vmatrix} \rightarrow \begin{vmatrix} \lambda-a_{11} & -a_{12} & \cdots & -a_{1n} \\ -a_{21} & \lambda-a_{22} & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & -a_{n-1,n} \\ -a_{n1} & \cdots & -a_{n,n-1} & \lambda-a_{nn} \end{vmatrix}$$

- 第 293 页命题 8.1.13 证最后 1 行：将 $\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y}$ 取遍 $\boldsymbol{e}_1, \boldsymbol{e}_2, \cdots, \boldsymbol{e}_n$ $\rightarrow$ 将 $\widetilde{\boldsymbol{x}}, \widetilde{\boldsymbol{y}}$ 取遍标准坐标向量
- 第 296 页练习 8.1.8 第 1 行：Lengendre $\rightarrow$ Legendre
- 第 297 页第 6 行：伴随映射满足：$(f^*)^* = f$； $\rightarrow$ 伴随映射若存在则唯一，且满足：
- 第 297 页第 11 行：有如下结论 $\rightarrow$ 如下结论说明了伴随映射的存在性
- 第 297 页命题 8.2.2 证整体改为：

证 由内积定义，对任意 $\boldsymbol{x} \in \mathbb{R}^n, \boldsymbol{y} \in \mathbb{R}^m$，$\langle A\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y}\rangle = \boldsymbol{y}^{\mathrm{T}} A\boldsymbol{x} = (A^{\mathrm{T}}\boldsymbol{y})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{x} = \langle \boldsymbol{x}, A^{\mathrm{T}}\boldsymbol{y}\rangle$，由此即得伴随映射. □

- 第 297 页命题 8.2.3 第 2 行：如果线性映射 $f\colon \mathcal{U} \rightarrow \mathcal{V}$ 在两组基下的矩阵是 F，则伴随映射 f^* 在两组基下的矩阵是 F^{T}. $\rightarrow$ 任意线性映射 $f\colon \mathcal{U} \rightarrow \mathcal{V}$ 都存在唯一的伴随映射 $f^*\colon \mathcal{V} \rightarrow \mathcal{U}$，且若 f 在两组基下的矩阵是 F，则 f^* 在两组基下的矩阵是 F^{T}.
- 第 297 页命题 8.2.3 证整体改为：

证 唯一性易得，下面说明存在性. 设由 F^{T} 定义的从 $\mathcal{V}$ 到 $\mathcal{U}$ 的线性映射为 g，则

$$\left\langle f(\boldsymbol{u}_i), \boldsymbol{v}_j\right\rangle = \left\langle f_{1i}\boldsymbol{v}_1 + f_{2i}\boldsymbol{v}_2 + \cdots + f_{mi}\boldsymbol{v}_m, \boldsymbol{v}_j\right\rangle = f_{ji},$$

$$\left\langle \boldsymbol{u}_i, g(\boldsymbol{v}_j)\right\rangle = \left\langle \boldsymbol{u}_i, f_{j1}\boldsymbol{u}_1 + f_{j2}\boldsymbol{u}_2 + \cdots + f_{jn}\boldsymbol{u}_n\right\rangle = f_{ji}.$$

因此 $\left\langle f(\boldsymbol{u}_i), \boldsymbol{v}_j\right\rangle = \left\langle \boldsymbol{u}_i, g(\boldsymbol{v}_j)\right\rangle$，利用双线性的性质，对任意 $\boldsymbol{x} \in \mathcal{U}, \boldsymbol{y} \in \mathcal{V}$，有 $\langle f(\boldsymbol{x}), \boldsymbol{y}\rangle = \langle \boldsymbol{x}, g(\boldsymbol{y})\rangle$，即 g 是 f 的伴随映射. □

- 第 304 页练习 8.2.2 小题改为：

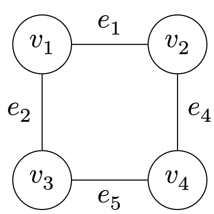
1. 伴随映射若存在则唯一. 2. 若 $g = f^*$，则 $f = g^*$. 3. $(g \circ f)^* = f^* \circ g^*$.

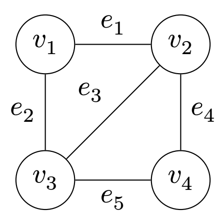
第 4 次印刷

第 3 次印刷

- 第 82 页第 5 行: $A^{-1}-\dfrac{1}{1+\boldsymbol{e}_1^{\mathrm{T}}A^{-1}\boldsymbol{e}_1}A^{-1}\boldsymbol{e}_1\boldsymbol{e}_1^{\mathrm{T}}A^{-1} \quad\rightarrow\quad A^{-1}-\dfrac{\delta}{1+\delta\boldsymbol{e}_1^{\mathrm{T}}A^{-1}\boldsymbol{e}_1}A^{-1}\boldsymbol{e}_1\boldsymbol{e}_1^{\mathrm{T}}A^{-1}$

第 2 次印刷

- 第 3 页尾行: 。 $\rightarrow$.
- 第 10 页第 6 行: 都能写成素数乘积 $\rightarrow$ 都是素数或多个素数的乘积
- 第 16 页第 6 行: 复集 $\rightarrow$ 复数集
- 第 33 页倒数第 4 行: $U=\begin{bmatrix} u_{11} & \cdots & u_{1n} \\ & \ddots & \vdots \\ & & u_{nn} \end{bmatrix} \quad\rightarrow\quad U=\begin{bmatrix} u_{11} & u_{12} & \cdots & u_{1n} \\ & u_{22} & \cdots & u_{2n} \\ & & \ddots & \vdots \\ & & & u_{nn} \end{bmatrix}$
- 第 33 页倒数第 4 行: $L=\begin{bmatrix} l_{11} & & \\ \vdots & \ddots & \\ l_{n1} & \cdots & l_{nn} \end{bmatrix} \quad\rightarrow\quad L=\begin{bmatrix} l_{11} & & & \\ l_{21} & l_{22} & & \\ \vdots & \vdots & \ddots & \\ l_{n1} & l_{n2} & \cdots & l_{nn} \end{bmatrix}$
- 第 36 页练习 1.2.7 第 2 行: 最后再沿着直线 $x+y=0$ 反射. $\rightarrow$ 最后以直线 $x+y=0$ 为轴反射.
- 第 63 页图 1.4.3: 

$\rightarrow$ 

- 第 75 页练习 1.5.16 第 2 行: 一年中从 A_j 迁移到 A_i 的概率 $\rightarrow$ 一年中从 M_j 迁移到 M_i 的概率
- 第 76 页练习 1.5.22 第 1 条: 哪个初等矩阵 E_1 $\rightarrow$ 哪个可逆矩阵 E_1
- 第 76 页练习 1.5.22 第 3 条: 将 A_2 的第三行的 $\dfrac{1}{3}$ 倍从第三行中减去 $\rightarrow$ 将 A_2 的第二行的 $\dfrac{1}{3}$ 倍从第三行中减去

- 第 82 页倒数第 3 行：$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{bmatrix} \quad \to \quad \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \end{bmatrix}$
- 第 86 页练习 1.6.17 第 2 行：$l_1+x_1, l_2+x_2, l_3+x_3, l_4+x_4 \quad \to \quad l_1+x_1, l_1+l_2+x_2, l_3+x_3, l_3+l_4+x_4$
- 第 88 页第 16 行：充分性 $\quad\to\quad$ 必要性
- 第 88 页第 21 行：必要性 $\quad\to\quad$ 充分性
- 第 175 页练习 4.2.27 第 1 行：任取其中的 k 行和 k 列构成 k 阶方阵，它的行列式 $\quad\to\quad$ 任取其中 k 行和 k 列，其交叉点处元素组成的 k 阶方阵的行列式
- 第 186 页练习 4.3.21 和 4.3.22 之间添加一个练习（序号由程序自动生成，不指定为 0.0.1，下同）：

练习 0.0.1 ☕☕ 对 n 阶方阵 A，在 $1,2,\cdots,n$ 中任取 k 个数 $i_1<i_2<\cdots<i_k$，A 的第 $i_1,i_2,\cdots,i_k$ 行与第 $i_1,i_2,\cdots,i_k$ 列的交叉点处元素组成的 k 阶方阵，称为 A 的一个 k 阶**主子阵**，其行列式称为 A 的一个 k 阶**主子式**. 显然 A 有 C_n^k 个 k 阶主子阵，也有 C_n^k 个 k 阶主子式.

证明：

1. $\det(A+\lambda I_n)$ 是关于 λ 的 n 次多项式.
2. 记 $\det(A+\lambda I_n)=a_0\lambda^n+a_1\lambda^{n-1}+\cdots+a_n$，则 $a_0=1$，而对 $k=1,2,\cdots,n$，a_k 是 A 的所有 k 阶主子式的和.

- 第 216 页练习 5.4.7 第 3 条：$\lambda_1 I+N_2 \quad\to\quad \lambda_2 I+N_2$
- 第 220 页第 10 行：$\lambda_1\boldsymbol{q}_1\boldsymbol{q}_1^{\mathrm{T}}+\lambda_2\boldsymbol{q}_1\boldsymbol{q}_1^{\mathrm{T}}+\cdots+\lambda_n\boldsymbol{q}_n\boldsymbol{q}_n^{\mathrm{T}} \quad\to\quad \lambda_1\boldsymbol{q}_1\boldsymbol{q}_1^{\mathrm{T}}+\lambda_2\boldsymbol{q}_2\boldsymbol{q}_2^{\mathrm{T}}+\cdots+\lambda_n\boldsymbol{q}_n\boldsymbol{q}_n^{\mathrm{T}}$
- 第 221 页命题 6.1.8 第 2 行：$\boldsymbol{q}_1,\boldsymbol{q}_2,\cdots,\boldsymbol{q}_n$，则 $\quad\to\quad$ $\boldsymbol{q}_1,\boldsymbol{q}_2,\cdots,\boldsymbol{q}_n$ 并构成 $\mathbb{R}^n$ 的一组标准正交基，则
- 第 229 页命题 6.2.4 第 3 条：存在矩阵 $T \quad\to\quad$ 存在列满秩矩阵 T
- 第 234 页练习 6.2.13 第 1 行：主子式都非负. $\quad\to\quad$ 主子式都非负，其中主子式的定义见练习 0.0.1.
- 第 237 页例 6.3.5 第 1 行：$J_n=\begin{bmatrix} 0 & 1 & & \\ & 0 & \ddots & \\ & & \ddots & 1 \\ & & & 0 \end{bmatrix} \quad\to\quad J_n=\begin{bmatrix} 0 & 1 & & \\ & 0 & \ddots & \\ & & \ddots & 1 \\ & & & 0 \end{bmatrix}_{n\times n}$
- 第 237 页例 6.3.5 第 3 行：$\widetilde{J}_n=\begin{bmatrix} 0 & 1 & & \\ & 0 & \ddots & \\ & & \ddots & 1 \\ 10^{-n} & & & 0 \end{bmatrix} \quad\to\quad \widetilde{J}_n=\begin{bmatrix} 0 & 1 & & \\ & 0 & \ddots & \\ & & \ddots & 1 \\ 10^{-n} & & & 0 \end{bmatrix}_{n\times n}$

- 第 238 页命题 6.3.7 第 5 条：U,V 正交 $\quad\to\quad$ U,V 是正交矩阵
- 第 238 页命题 6.3.9 第 2 行：$\boldsymbol{v}_1,\boldsymbol{v}_2,\cdots,\boldsymbol{v}_n$，则 $\quad\to\quad$ $\boldsymbol{v}_1,\boldsymbol{v}_2,\cdots,\boldsymbol{v}_n$ 并构成 $\mathbb{R}^n$ 的一组标准正交基，则
- 第 242 页命题 6.3.15 第 5 条：U,V 正交 $\quad\to\quad$ U,V 是正交矩阵
- 第 243 页定理 6.3.17 证整体改为：

证 对秩为 $k'\leqslant k$ 的 $m\times n$ 矩阵 B，令 QQ^{T} 是 $\mathcal{R}(B)$ 上的正交投影，其中 Q 是 $m\times k'$ 列正交矩阵，则 $QQ^{\mathrm{T}}B=B,(I-QQ^{\mathrm{T}})QQ^{\mathrm{T}}=O$，因此

$$\begin{aligned}\|A-B\|_{\mathrm{F}}^2&=\left\|A-QQ^{\mathrm{T}}A+QQ^{\mathrm{T}}A-QQ^{\mathrm{T}}B\right\|_{\mathrm{F}}^2\\&=\left\|A-QQ^{\mathrm{T}}A\right\|_{\mathrm{F}}^2+\left\|QQ^{\mathrm{T}}(A-B)\right\|_{\mathrm{F}}^2+2\operatorname{trace}\left(A^{\mathrm{T}}(I-QQ^{\mathrm{T}})QQ^{\mathrm{T}}(A-B)\right)\\&\geqslant\left\|A-QQ^{\mathrm{T}}A\right\|_{\mathrm{F}}^2.\end{aligned}$$

但 $\left\|A-QQ^{\mathrm{T}}A\right\|_{\mathrm{F}}^2=\|A\|_{\mathrm{F}}^2-\left\|Q^{\mathrm{T}}A\right\|_{\mathrm{F}}^2=\|A\|_{\mathrm{F}}^2-\operatorname{trace}(Q^{\mathrm{T}}AA^{\mathrm{T}}Q)$．记 $A_k=U_k\varSigma_kV_k^{\mathrm{T}}$，根据定理 6.3.13，$\operatorname{trace}(Q^{\mathrm{T}}AA^{\mathrm{T}}Q)\leqslant\operatorname{trace}(U_k^{\mathrm{T}}AA^{\mathrm{T}}U_k)=\sum_{j=1}^{k}\sigma_j^2$．因此

$$\left\|A-QQ^{\mathrm{T}}A\right\|_{\mathrm{F}}^2\geqslant\sum_{j=1}^{r}\sigma_j^2-\sum_{j=1}^{k}\sigma_j^2=\sum_{j=k+1}^{r}\sigma_j^2=\|A-A_k\|_{\mathrm{F}}^2.$$

由此立得. □

- 第 245 页尾行：注意 $PT=QT=T$，再利用第 1 条，可得 $H=HT=T$， $\to$ 于是 $H=T$，
- 第 283 页第 16 行：$\widehat{\boldsymbol{u}}(0)=:\mathrm{e}^{\varLambda t}$ $\quad\to\quad$ $\widehat{\boldsymbol{u}}(0)=:\mathrm{e}^{\varLambda t}\widehat{\boldsymbol{u}}(0)$
- 第 283 页脚注：。 $\quad\to\quad$.

第 1 次印刷

名词索引